Algorytmy iteracyjne - ćwiczenia

* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm wyznaczający wartość funkcji f(x)=5x, dla

x∊[1;10).

* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm wyznaczający wartość funkcji f(x)=3x2+4x+1 dla x∊[1;20].
* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm wyznaczający wartość funkcji f(x)=6x+3 dla x będącego liczbą nieparzystą i x∊[10;20].
* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm wyświetlający odliczanie od 20 do 1, a następnie wyświetlający napis START.
* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm wypisujący w kolejności rosnącej wszystkie liczby całkowite z przedziału [p;k], gdzie p i k to liczby całkowite podane przez użytkownika.
* 
* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm sumujący liczby podzielne przez 25 z przedziału [0;100].
* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm podający ilość i sumę cyfr liczby całkowitej podanej przez użytkownika. Czy podana liczba jest liczbą Nivena, czyli taką, która jest podzielna przez sumę swoich cyfr?
* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm znajdujący wszystkie dzielniki liczby całkowitej podanej przez użytkownika. Czy podana liczba jest liczbą doskonałą, czyli taką, która jest sumą wszystkich swoich dzielników właściwych (czyli od niej mniejszych).
* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm znajdujący w przedziale [1;*n*], gdzie *n* to całkowita liczba dodatnia podana przez użytkownika wszystkie trójki pitagorejskie.

Jeśli *n*=2 to warunek a2+b2=c2 będzie sprawdzany dla *a*,*b*,*c* równych odpowiednio:

111, 112, 113, 121, 122, 123, 131, 132, 133, 211, 212, 213, 221, 222.

* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm wypełniający 10-elementową tablicę kolejnymi cyframi.
* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm wyznaczający wartość minimalną w 10 - elementowej tablicy.
* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm wypełniający 50-elementową tablicę liczbami podanymi przez użytkownika i sumujący tylko te elementy tablicy, których indeks jest nieparzysty.
* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm obliczający średnią harmoniczną 10 liczb podanych przez użytkownika.



* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm wypełniający tablicę dwuwymiarową 10x10 liczbami podanymi przez użytkownika i sumujący wartości leżące na przekątnej wychodzącej z lewego górnego rogu.
* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm sumujący dwie macierze 10x10 wypełnione liczbami podanymi przez użytkownika. 



* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm wypełniający macierz 10x10 liczbami podanymi przez użytkownika, a następnie na jej podstawie tworzący i wyświetlający macierz transponowaną

=> 

* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm obliczający silnię n! (5! = 1\*2\*3\*4\*5 = 120, 0! = 1), gdzie n to dodatnia liczba naturalna.

Co należy zmodyfikować w utworzonym algorytmie aby obliczyć silnię podwójną n!! (8!!=2\*4\*6\*8 = 384, 9!! = 1\*3\*5\*7\*9 = 945), a co by obliczyć silnię potrójną n!!! itd… Czy istnieje uniwersalny wzór na obliczanie silni k-tej (o kroku k podanym przez użytkownika)?

Oznaczenie silni zostało wprowadzone w 1808 roku przez francuskiego matematyka Christiana Kampa. Silnia ma zastosowanie m.in. w kombinatoryce.

* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm obliczający potęgę liczby *p* (*pw*), *w* >= 0.
* Przedstaw w postaci schematu blokowego obliczający *n*-ty wyrazy ciągu Fibonacciego.

Pierwszy wyraz jest równy 0, drugi jest równy 1, każdy następny jest sumą dwóch poprzednich.

Pierwsze dwadzieścia wyrazów ciągu Fibonacciego to:



Ciąg Fibonacciego możemy obliczyć (podobnie jak silnię, potęgowanie) rekurencyjnie lub wg wzoru Bineta:



Dodatkowo zapoznaj się z metodą obliczania wyrazów ciągów: Lucasa, Tribonacciego, Tetranacciego.

Jak należałoby zmodyfikować utworzony algorytm aby obliczał wymienione wyżej ciągi?

Ciąg został omówiony w roku 1202 roku przez Leonarda z Pizy, zwanego Fibonaccim, w dziele „Liber abaci” jako rozwiązanie zadania o rozmnażaniu się królików (Ile będzie par królików po upływie *k* miesięcy - tę liczbę oznaczamy jako Fk). Na początku mamy parę nowo narodzonych królików i o każdej parze królików zakładamy, że:

* nowa para staje się płodna po jednym miesiącu życia,
* każda płodna para rodzi jedną parę nowych królików w miesiącu.
* króliki nigdy nie umierają.

Nazwę „ciąg Fibonacciego” spopularyzował w XIX w. Édouard Lucas.

* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm obliczający największy wspólny dzielnik dwóch dodatnich liczb całkowitych *a* i *b* (NWD(a,b)) wg algorytmu Euklidesa
* z odejmowaniem

Dopóki *a* i *b* nie są sobie równe od liczby aktualnie większej odejmujemy wartość liczby mniejszej.

NWD(64,30)=2, bo

64>30, więc a=64-30=34

34>30, więc a=34-30=4

4<30, więc b=30-4=26

…

4<10, więc b=10-4=6

4<6, więc b=6-4=2

4>2, więc a=4-2=2=b

* z dzieleniem

K1: oblicz c jako resztę z dzielenia a przez b

K2: zastąp a liczbą b, następnie b liczbą c

K3: jeżeli wartość b wynosi 0, to a jest szukaną wartością NWD, w przeciwnym wypadku przejdź do kroku 1

NWD(64,30)=2, bo

64/30= 2 r. 4

30/4= 7 r. 2

4/2= 2 r. 0

Euklides, grecki matematyk, opisał swój algorytm w swoim wiekopomnym dziele “Elementy”, w którym m.in. położył podwaliny pod geometrię na płaszczyźnie. Było to ok. 300 roku p.n.e. Algorytm Euklidesa ma zastosowanie m.in. w algorytmie kryptograficznym (szyfrującym) RSA.

* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm obliczający najmniejszą wspólną wielokrotność liczb całkowitych *a* i *b* (NWW(a,b)).

Do liczby aktualnie mniejszej dodawaj jej początkową wartość dopóki obie liczby nie będą sobie równe.

NWW(42,56)=168, bo

42<56, więc a=42+42=84

84>56, więc b=56+56=112

84<112, więc a=84+42=126

126>112, więc b=112+56=168

126<168, więc a=126+42=168=b

Innym sposobem jest wykorzystanie NWD. NWW(a,b)=(a\*b)/NWD(a,b).

* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm obliczający wartość wielomianu wg schematu Hornera, który wykorzystuje najmniejszą liczbę mnożeń. Algorytm ten zaproponował na przełomie XVIII i XIX wieku brytyjski matematyk William George Horner. Sposób ten jednak znany był już m.in. Newtonowi.Za pomocą schematu Hornera można m.in. podać dziesiętną reprezentację liczby binarnej.
* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm sprawdzający, czy podana liczba jest liczbą pierwszą.

Liczba pierwsza – liczba naturalna większa od 1, która ma dokładnie dwa dzielniki naturalne: jedynkę i siebie samą. Zbiór wszystkich liczb pierwszych oznacza się symbolem

Wykaz początkowych liczb pierwszych:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 itd. W wykazie brak np. liczby 4, bowiem ma ona 3 dzielniki: 1, 2 i 4. Podobnie z liczbą 6, która ma 4 dzielniki: 1, 2, 3 i 6.

Liczby naturalne większe od 1, które nie są pierwsze, nazywa się liczbami złożonymi. Liczby 4 i 6 są więc przykładami liczb złożonych.

Z podanych definicji wynika, że liczby 0 i 1 nie są ani pierwsze, ani złożone.

Innym sposobem wyszukanie liczb pierwszych jest wykorzystanie Sita Eratostenesa (Liczby pierwsze zad. 2 | 2006 PR - stara formuła).

Kolejnym sposobem jest wykorzystanie testu pierwszości Fermata (Test pierwszości zad.2 | 2019 PR - stara formuła).

* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm znajdujący liczby superpierwsze w przedziale [1;1000].Liczba superpierwsza jest liczbą pierwszą, a suma cyfr tej liczby jest również liczbą pierwszą.
* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm sprawdzający, czy dwie dodatnie liczby naturalne są liczbami względnie pierwszymi.

Jeżeli dwie liczby całkowite a i b spełniają warunek NWD(a,b)=1, czyli nie mają żadnego naturalnego dzielnika oprócz 1, to liczby takie nazywamy liczbami względnie pierwszymi. Rozkłady na czynniki pierwsze liczb względnie pierwszych wyróżniają się brakiem czynników wspólnych dla wszystkich liczb.

Każde dwie kolejne liczby naturalne są względnie pierwsze.

Każde dwie liczby parzyste nie są względnie pierwsze.

* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm sprawdzający czy dwie liczby są zaprzyjaźnione.

Liczby zaprzyjaźnione – para różnych liczb naturalnych, takich że suma dzielników właściwych (mniejszych od tej liczby) każdej z tych liczb równa się drugiej.

Pierwszą parą takich liczb, która została podana już przez Pitagorasa, jest para liczb 220 i 284, ponieważ:

* 220 = 1 + 2 + 4 + 71 + 142 (dzielniki 284),
* 284 = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 (dzielniki 220).

Oto kilka par liczb zaprzyjaźnionych: 220 i 284, 1184 i 1210, 2620 i 2924, 5020 i 5564, 6232 i 6368

* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm sprawdzający czy dwie liczby są skojarzone.

Dwie różne liczby całkowite a i b większe od 1 nazwiemy skojarzonymi, jeśli suma wszystkich różnych dodatnich dzielników a mniejszych od a jest równa b+1, a suma wszystkich różnych dodatnich dzielników b mniejszych od b jest równa a+1.

Skojarzone są np. liczby 140 i 195, ponieważ:

* dzielnikami 140 są 1, 2, 4, 5, 7, 10, 14, 20, 28, 35, 70, a ich suma wynosi 196 = 195+1.
* dzielnikami 195 są 1, 3, 5, 13, 15, 39, 65, a suma tych liczb równa jest 141 = 140+1.
* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm sprawdzający czy podana liczba jest autobiograficzna.

Liczba autobiograficzna – liczba, w której zapisie każda kolejna cyfra jest także liczbą wystąpień kolejnych cyfr od 0 do 9. Istnieje siedem liczb autobiograficznych: 1210, 2020, 21200, 3211000, 42101000, 521001000, 6210001000.

1210 - w liczbie występuje jedno zero, dwie jedynki, jedna dwójka, zero trójek.

* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm sprawdzający czy podana liczba jest liczbą Nivena.

Liczby Nivena (liczby Harshada) – liczby naturalne, które są podzielne przez sumę tworzących je cyfr. Ich nazwa pochodzi od nazwiska amerykańskiego matematyka Ivana Nivena.

Lista 100 początkowych liczb Nivena:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 18, 20, 21, 24, 27, 30, 36, 40, 42, 45, 48, 50, 54, 60, 63, 70, 72, 80, 81, 84,90, 100, 102, 108, 110, 111, 112, 114, 117, 120, 126, 132, 133, 135, 140, 144, 150, 152, 153, 156, 162, 171, 180, 190, 192, 195, 198, 200, 201, 204, 207, 209, 210, 216, 220, 222, 224, 225, 228, 230, 234, 240, 243, 247, 252, 261, 264, 266, 270, 280, 285, 288, 300, 306, 308, 312, 315, 320, 322, 324, 330, 333, 336, 342, 351, 360, 364, 370, 372.

* Przedstaw w postaci schematu blokowego algorytm sprawdzający czy podana liczba jest liczbą Smitha.

Liczba Smitha - liczba naturalna złożona, której suma cyfr (w systemie dziesiętnym) jest równa sumie cyfr wszystkich liczb występujących w jej rozkładzie na czynniki pierwsze. Na przykład 202 jest liczbą Smitha, ponieważ 2 + 0 + 2 = 4, a po jej rozkładzie na czynniki pierwsze 202 = 2·101 suma cyfr obu czynników wynosi 2+1+0+1=4.

Początkowymi liczbami Smitha są

4, 22, 27, 58, 85, 94, 121, 166, 202, 265, 274, 319, 346, 355, 378, 382, 391, 438, 454, 483, 517, 526, 535, 562, 576, 588, 627, 634, 636, 645, 648, 654, 663, 666, 690, 706, 728, 729, 762, 778, 825, 852, 861, 895, 913, 915, 922, 958, 985, 1086...

Pojęcie liczby Smitha wprowadził Albert Wilansky w roku 1982.